# ODR I. Cvičení 8.

**Definice.** Řekneme, že stacionární bod $x_0$ rovnice (AR) $x' = f(x)$ je <u>hyperbolický</u>, jestliže $\sigma(\nabla f(x_0)) \cap i\mathbb{R} = \emptyset$.

**Věta (Hartman-Grobman).** Nechť $x_0$ he hyperbolický stacionární bod rovnice (AR). Pak existuje okolí $\mathcal{U}$ bodu $x_0$ a okolí $\mathcal{V}$ bodu $0 \in \mathbb{R}^n$ a homeomorphismus $\phi : \mathcal{U} \to \mathcal{V}$ přiřazující řešení rovnice (AR) rešení rovnice $x' = Ax$, kde $A = \nabla f(x_0)$.

**Věta (o stabilní varietě).** Nechť $x_0$ he hyperbolický stacionární bod rovnice (AR), $f \in C^1(\mathcal{U}(x_0))$, $A = \nabla f(x_0)$. Buď dále $X_-$ stabilní podprostor rovnice $x' = Ax$ a $m = \dim X_-$. Označíme $W^s(x_0) = \{y \in \mathbb{R}^n : \varphi(t; 0, y) \to x_0 \text{ pro } t \to +\infty\}$, kde $\varphi$ je řešicí funkce (AR). Pak existuje $\delta > 0$, že $W^s(x_0) \cap \mathcal{U}(x_0, \delta)$ je $C^1$-plocha dimenze $m$ a $X_-$ je její tečný prostor v bodě $x_0$.

**Úlohy.**
Načrtněte chování řešení v blízkosti stacionárních bodu.

1. $\begin{cases} x' = e^{2x+2y} + x, \\ y' = \arccos(x - x^3) - \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x' = \ln(1 - y), \\ y' = \sqrt[3]{x - 4y} + x - 2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x' = \ln(5 - 2x - 2y), \\ y' = e^{xy} - 1. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x' = \sinh(y - x^2 - x), \\ y' = 3x - x^2 - y. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x' = 2x + y^2 - 1, \\ y' = \sin x - y^2 + 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x' = \ln(x + y), \\ y' = x^3 + y^3 - 1. \end{cases}$

---


# ODR I. Cvičení 8.

**Definice.** Řekneme, že stacionární bod $x_0$ rovnice (AR) $x' = f(x)$ je <u>hyperbolický</u>, jestliže $\sigma(\nabla f(x_0)) \cap i\mathbb{R} = \emptyset$.

**Věta (Hartman-Grobman).** Nechť $x_0$ he hyperbolický stacionární bod rovnice (AR). Pak existuje okolí $\mathcal{U}$ bodu $x_0$ a okolí $\mathcal{V}$ bodu $0 \in \mathbb{R}^n$ a homeomorphismus $\phi : \mathcal{U} \to \mathcal{V}$ přiřazující řešení rovnice (AR) rešení rovnice $x' = Ax$, kde $A = \nabla f(x_0)$.

**Věta (o stabilní varietě).** Nechť $x_0$ he hyperbolický stacionární bod rovnice (AR), $f \in C^1(\mathcal{U}(x_0))$, $A = \nabla f(x_0)$. Buď dále $X_-$ stabilní podprostor rovnice $x' = Ax$ a $m = \dim X_-$. Označíme $W^s(x_0) = \{y \in \mathbb{R}^n : \varphi(t; 0, y) \to x_0 \text{ pro } t \to +\infty\}$, kde $\varphi$ je řešicí funkce (AR). Pak existuje $\delta > 0$, že $W^s(x_0) \cap \mathcal{U}(x_0, \delta)$ je $C^1$-plocha dimenze $m$ a $X_-$ je její tečný prostor v bodě $x_0$.

**Úlohy.**
Načrtněte chování řešení v blízkosti stacionárních bodu.

1. $\begin{cases} x' = e^{2x+2y} + x, \\ y' = \arccos(x - x^3) - \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x' = \ln(1 - y), \\ y' = \sqrt[3]{x - 4y} + x - 2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x' = \ln(5 - 2x - 2y), \\ y' = e^{xy} - 1. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x' = \sinh(y - x^2 - x), \\ y' = 3x - x^2 - y. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x' = 2x + y^2 - 1, \\ y' = \sin x - y^2 + 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x' = \ln(x + y), \\ y' = x^3 + y^3 - 1. \end{cases}$